

М.Г. Сур'янінов, В.М. Сур'янінов

Одеська державна академія будівництва та архітектури

РОЗРАХУНОК ЦИЛІНДРИЧНОГО КОЛОДЯЗЯ ЧИСЕЛЬНО-АНАЛІТИЧНИМ МЕТОДОМ ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Розроблено алгоритм застосування чисельно-аналітичного методу граничних елементів до розрахунку залізобетонних та фібробетонних циліндричних колодязів.

Реалізація запропонованого методу дозволяє отримати кінематичні та статичні параметри напружено-деформованого стану оболонки залізобетонних або фібробетонних циліндричних колодязів при будь-яких навантаженнях та граничних умовах.

Надалі планується розв'язання задачі методом скінченних елементів з метою оцінки точності розробленого алгоритму.

Ключові слова: залізобетон, фібробетон, колодязь, циліндрична оболонка, метод граничних елементів

Постановка проблеми

Елементи круглої або кільцевої форми перерізу використовуються в багатьох інженерних спорудах, таких як напірні та безнапірні труби, опори ліній електропередач, водонапірні вежі, колодязі різного призначення тощо. Конструктивні рішення таких елементів та діючі експлуатаційні навантаження дуже різноманітні, що зумовлює різноманітність методів їх розрахунку та необхідність удосконалення існуючих та розробку принципово нових методів розрахунку. Якщо говорити про колодязі, то вони найчастіше мають циліндричну форму і з погляду будівельної механіки є довгими циліндричними оболонками, виготовленими з бетону. Сучасне будівництво, безумовно, вимагає нових ефективних матеріалів. Одним із них є сталеві фібробетон, який дозволяє покращити такі характеристики бетону, як тріщиностійкість, морозостійкість, міцність на розтяг, вигин, кручення та ін. Застосування фібри дозволяє змінити характер процесу руйнування. На відміну від звичайного бетону, в якому цей процес відбувається практично миттєво, у фібробетоні не відбувається крихкого руйнування, і конструкція продовжує чинити опір навантаженню, а характер руйнування змінюється з крихкого на в'язкий.

Аналіз останніх досліджень та публікацій

Методи розрахунку бетонних та фібробетонних колодязів є предметом багатьох досліджень [1-7]. Особливе місце займають колодязі циліндричної форми, які є довгими циліндричними оболонками. Для аналізу роботи циліндричних оболонок рекомендувалося кілька способів. Якщо відношення довжини оболонки до найменшого розміру поперечного перерізу перевищує чотири, можуть

використовуватися спрощені рівняння, виведені Шорером. Найбільш повна система рівнянь, що потребує великої обчислювальної роботи, була сформульована Дженкінсом. Основні аналітичні методи їх розрахунку розроблені у минулому столітті. Це безмоментна та моментна теорії оболонок, напівмоментна теорія В.З. Власова [8]. Питання міцності та тріщиностійкості залізобетонних циліндричних оболонок давно привертають увагу вчених [9]. Цей інтерес не слабшає і зараз. Відмітимо роботи [10-13].

Проектування та розрахунок колодязів регламентується відповідними нормативними документами. У нашій країні це ДСТУ Б В. 2.6-106: 2010 [14]. У кількох країнах колишнього СРСР це Міждержавний стандарт [15]. У європейських країнах — EN1992-1-4 [16].

Аналіз літератури показує, що розробці нових методів розрахунку залізобетонних та сталеві фібробетонних циліндричних оболонок приділяється дуже мало уваги, тому цей напрямок є досить актуальним.

Мета статті

Метою роботи є застосування чисельно-аналітичного методу граничних елементів (ЧА МГЕ) до розрахунку залізобетонних та фібробетонних циліндричних колодязів.

Виклад основного матеріалу

Розглянемо залізобетонний опускний колодязь циліндричної форми (рис. 1). З точки зору будівельної механіки такий колодязь являє собою замкнуту кругову циліндричну оболонку постійної товщини, навантажену по всій поверхні рівномірним нормальним тиском. Алгоритм розрахунку не

залежить від величини і напрямку рівномірного тиску, тому для зручності будемо вважати, що оболонка колодязя — це жорстко защемлена по торцях циліндрична оболонка постійної жорсткості під дією рівномірного зовнішнього тиску. Балкова модель такої оболонки представлена на рис. 2.



Рис. 1. Опускний колодязь

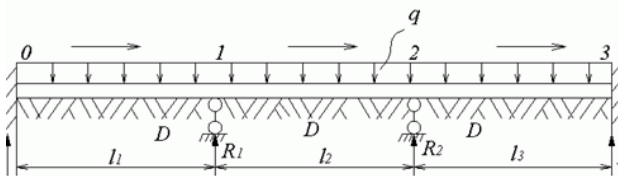


Рис. 2. Замкнена кругова циліндрична оболонка, навантажена рівномірно розподіленим тиском

Сутність ЧА МГЕ полягає в початковій дискретизації лінійної системи на найпростіші модулі. Після аналізу стану всіх модулів системи виконується їх синтез і зворотний перехід до системи, що розглядається. Під модулем розуміється стрижень — для стрижневих систем та узагальнений стрижень — для пластинчастих та оболонкових систем. Кожен модуль як одномірне фізичне тіло має тільки дві граничні точки — $x=0$ і $x=l$. Метод спирається на вирішення диференціальних рівнянь завдання у вигляді методів початкових параметрів.

Якщо координаті x кожного стрижня дати граничне значення l_i , то можна виконати достатнє просте перетворення за схемою

$$\begin{aligned} \bar{Y}(l) &= \bar{A}(l)\bar{X}(0) + \bar{B}(l) \rightarrow \bar{A}(l)\bar{X}(0) - \bar{Y}(l) = \\ &= -\bar{B}(l) \rightarrow \bar{A}_*(l)\bar{X}_*(0, l) = -\bar{B}(l), \end{aligned} \quad (1)$$

де кінцеві граничні параметри матриці $\bar{Y}$ переносяться на місце нульових параметрів вектора $\bar{X}$. При цьому ці вектори доповнюються рівняннями рівноваги та спільності переміщень вузлових точок та граничними умовами. Наприкінці схеми перетворень (1) виходить система лінійних рівнянь алгебри щодо початкових і кінцевих параметрів всіх стрижнів конструкції. Після обчислення початкових

параметрів стрижнів їх напружено деформований стан визначається за матричним рівнянням

$$\bar{Y}(x) = \bar{A}(x)\bar{X}(0) + \bar{B}(x). \quad (2)$$

Таким чином, рішення прямих завдань будівельної механіки стрижневих систем в ЧА МГЕ зводиться до вирішення однієї системи лінійних рівнянь алгебри і обчисленню напружено-деформованого стану у внутрішніх точках стрижнів за співвідношенням методу початкових параметрів. Така схема рішення забезпечує отримання дуже точних і достовірних результатів, які можна уявити засобами MATLAB (або іншого середовища) у вигляді звичайних епюр, форм вільних коливань, втрат стійкості тощо.

Головною операцією в схемі (1) є перенесення параметрів з $\bar{Y}$ до $\bar{X}$. Процес перенесення кінцевих параметрів вектора $\bar{Y}$ до вектору $\bar{X}$ оснований на наступних положеннях. Вектори будь-якої стрижневої (і не стрижневої) конструкції при граничному значенні координати $x=l_i$ будуть містити 3 групи параметрів. Перша група — це нульові граничні параметри, що визначається заданими умовами спирання (крайовими умовами). Друга група — залежні параметри, пов'язані між собою рівняннями рівноваги та спільності переміщень вузлів конструкції. Третя група граничних параметрів не пов'язана між собою. Ці параметри умовно можна назвати незалежними. Перенесення параметрів з вектора $\bar{Y}$ до вектору $\bar{X}$ повинен компенсуватися ненульовими елементами матриці $\bar{A}$, інакше порушується вихідне рівняння схеми (1).

Очевидно, що незалежні параметри вектора $\bar{Y}$ повинні бути перенесені на місце нульових параметрів вектора $\bar{X}$, а залежні параметри переносяться відповідно до рівнянь їх зв'язку.

Перед операцією перенесення параметрів необхідно звільнити поля матриці $\bar{A}$ від елементів, пов'язаних з нульовими параметрами вектора $\bar{X}$, тобто обнулити стовпці матриці $\bar{A}$, номери яких дорівнюють номерам нульових рядків вектору $\bar{X}$.

Далі в матрицю $\bar{A}$ вводяться ненульові компенсуючі елементи та перетворення за схемою (1) завершені, оскільки в матриці $\bar{B}$ змінюються лише знаки елементів.

Для реалізації розроблених алгоритмів можна використовувати середовище MATLAB, DELPHI та інших.

Детальний опис методу та приклади його реалізації можна знайти у [17-19].

Алгоритм розрахунку циліндричної оболонки полягає в наступному:

1. Розбиваємо оболонку (замінюючу її балку) на три стрижні (модулі) і стрілками вказуємо початок і кінець кожного з них.

2. Формуємо матриці початкових та кінцевих параметрів та вектор навантаження, враховуючи в них граничні умови, рівняння рівноваги та рівняння сумісності переміщень вузлів 1 та 2.

3. Рівняння крайової задачі для циліндричної оболонки за методом граничних елементів набуває вигляду

$$\bar{A}\bar{X}_* = \bar{B}, \quad (3)$$

де

$$\bar{X}_* = \begin{pmatrix} Q^{0-1}(l_1) \\ Q^{1-2}(l_2) \\ M^{0-1}(0) \\ ; Q^{0-1}(0) \\ M^{2-3}(l_3) \\ D\phi^{1-2}(0) \\ M^{1-2}(0) \\ Q^{1-2}(0) \\ Q^{2-3}(l_3) \\ D\phi^{1-2}(0) \\ M^{1-2}(0) \\ Q^{1-2}(0) \end{pmatrix}; \quad \bar{B} = \begin{pmatrix} B_{11}^{0-1}(l_1) \\ B_{21}^{0-1}(l_1) \\ B_{31}^{0-1}(l_1) \\ B_{41}^{0-1}(l_1) \\ B_{11}^{1-2}(l_2) \\ B_{21}^{1-2}(l_2) \\ B_{31}^{1-2}(l_2) \\ B_{41}^{1-2}(l_2) \\ B_{11}^{2-3}(l_3) \\ B_{21}^{2-3}(l_3) \\ B_{31}^{2-3}(l_3) \\ B_{41}^{2-3}(l_3) \end{pmatrix}.$$

Матриця фундаментальних функцій $\bar{A}$ після вказаних вище перетворень має вигляд

$$\bar{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -A_{13} & -A_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -A_{23} & -A_{24} & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{33} & A_{34} & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & A_{43} & A_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{12} & -A_{13} & -A_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{22} & -A_{23} & -A_{24} & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -A_{32} & A_{33} & A_{34} & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -A_{42} & A_{43} & A_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{12} & -A_{13} & -A_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Аналітичні вирази фундаментальних функцій (компонентів цієї матриці) отримани в [17] для всіх можливих коренів характеристичного рівняння, відповідного до дифференціального рівняння задачі.

4. Вирішуючи систему (3), отримуємо кінематичні та статичні параметри напружено-деформованого стану оболонки.

Висновки

Таким чином, розроблено алгоритм застосування чисельно-аналітичного методу граничних елементів до розрахунку залізобетонних та фібробетонних циліндричних колодязів.

Рішення задачі зводиться до розв'язання однієї системи лінійних рівнянь алгебри і обчислення напружено-деформованого стану у внутрішніх точках стрижнів за співвідношенням методу

початкових параметрів. Така схема рішення забезпечує отримання дуже точних і достовірних результатів, які можна уявити засобами MATLAB або іншого середовища.

Реалізація запропонованого методу дозволяє отримати кінематичні та статичні параметри напружено-деформованого стану оболонки залізобетонних або фібробетонних циліндричних колодязів при будь-яких навантаженнях та граничних умовах.

Надалі авторами планується розв'язання поставленої задачі методом скінченних елементів у якийсь інженерній програмі (наприклад, у пакеті ANSYS) з метою оцінки точності розробленого алгоритму.

Література

1. Dick, C. P., & Korkolis, Y. P. (2014). Mechanics and full-field deformation study of the Ring Hoop Tension Test. International Journal of Solids and Structures, 51(18), 3042–3057. doi:10.1016/j.ijsolstr.2014.04.023
2. Szymczak-Graczyk, Anna. (2023). Selected aspects of the design and construction of reinforced concrete sunk wells. ACTA SCIENTIARUM POLONORUM - Architectura Budownictwo. 21. 10.22630/ASPA.2022.21.3.21.
3. Давиденко М. О. Розрахунок міцності фібробетонних елементів кільцевого перерізу нормального до поздовжньої осі за деформаційним методом / М. О. Давиденко // Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія : Техніка та енергетика АПК. - 2014. - Вип. 196(3). - С. 105-108.
4. Андрійчук О. В. Робота і розрахунок елементів кільцевого перерізу зі сталеві фібробетону при повторних навантаженнях : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.23.01 „Будівельні конструкції, будівлі та споруди” / О. В. Андрійчук. Львів, 2008. 20 с.
5. Андрійчук О.В. Сталеві фібробетонні безнапірні труби: монографія / О.В. Андрійчук, Є.М. Бабич. Луцьк: РВВ Луцького НТУ, 2012. 150 с.
6. Бабич Є. М. Вплив повторних навантажень на роботу сталеві фібробетонних елементів кільцевого перерізу / Є.М. Бабич, О.В. Андрійчук // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: збірник наукових праць. Рівне: НУВГП, 2010. Випуск 20. С. 125–132.
7. Бабич Є. М. Робота і розрахунок згинальних сталеві фібробетонних елементів: монографія / Є. М. Бабич, С. Я. Дробішинець. Луцьк: ЛНТУ, 2012. 194 с.
8. Крутий Ю.С. Методи розрахунку циліндричних оболонок. Монографія/ Крутий Ю.С., Сур'янінов М.Г., Чучмай О.М.// Одеса: ОДАБА, 2018, 182 с.
9. Кан С.Н., Каплан Ю.І., Розрахунок циліндричних оболонок покриттів будівель. Рік: 1973р. Видавництво: Вища школа 244 с.
10. Tanaka, Masafumi & Mashita, Kazuhiko. (2010). Retrofitted strength of concrete cylindrical shells reinforced with single layer under concentrated load. Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ). 75. 1681-1689. 10.3130/aifs.75.1681.
11. Karpov, Vladimir & Semenov, Alexey. (2013). Mathematical model of deformation of orthotropic reinforced shells of revolution. Magazine of Civil Engineering. 40. 100-106. 10.5862/MCE.40.11.
12. Shen Li, Do Kyun Kim, Qing Quan Liang. Fibre-Based modelling for predicting the progressive collapse of cylindrical shells under combined axial compression and bending moment,

Engineering Structures, Volume 272, 2022, 114988, ISSN 0141-0296, doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.114988.

13. Rong Li, Meng Yang, Bin Liang. A new and convenient method for strength evaluation of cracked cylindrical shell based on the ratio of crack tip stresses. Structures, Volume 52, 2023, Pages 146-157, ISSN 2352-0124, <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2023.03.130>.

14. ДСТУ Б В. 2.6-106:2010 Конструкції бетонні і залізобетонні для колодязів каналізаційних, водопровідних і газопровідних мереж. Київ. Мінрегіонбуд України. 2011. 24 с.

15. RILEM, 2002, "Test and design methods for steel fiber reinforced concrete. Design of steel fiber reinforced concrete using the σ -w method: principles and applications". Materials and Structures/Matériaux et Constructions, Vol.33, March 2000.36 p.

16. EN 1992-1-4: Eurocode 2: Design of concrete structures.

17. Дашченко А.Ф., Коломієць Л.В., Оробей В.Ф., Сур'янінов М.Г. Чисельно-аналітичний метод граничних елементів. Одеса: БМВ, 2010. У 2-х томах. Т.1. 416 с. Т.2. 512 с.

18. Оробей В.Ф., Сур'янінов М.Г. Практикум щодо вирішення крайових завдань механіки: Навчальний посібник для студентів технічних спеціальностей. Одеса: Астропринт, 2011. 408 с.

19. Сур'янінов, М.Г. Згин кругової циліндричної оболонки зі змінною товщиною/ М.Г. Сур'янінов, Ю.С. Крутий// Вісник Хмельницького національного університету. 2016. №2 (235). С. 116-121.

References

- Dick, C. P., & Korkolis, Y. P. (2014). Mechanics and full-field deformation study of the Ring Hoop Tension Test. International Journal of Solids and Structures, 51(18), 3042–3057. doi:10.1016/j.ijsolstr.2014.04.023
- Szymczak-Graczyk, Anna. (2023). Selected aspects of the design and construction of reinforced concrete sunk wells. ACTA SCIENTIARUM POLONORUM - Architectura Budownictwo. 21. 10.22630/ASPA.2022.21.3.21.
- Davydenko M. O. Calculation of the strength of fiber-reinforced concrete elements of a circular cross-section normal to the longitudinal axis by the deformation method / M. O. Davydenko // Scientific Bulletin of the National University of Life and Natural Resources of Ukraine. Series: Technology and Energy of the Agricultural Industry. - 2014. - Issue 196(3). - P. 105-108.
- Andriychuk O. V. Work and calculation of elements of circular cross-section from steel fiber concrete under repeated loads: author's abstract of dissertation for the degree of candidate of technical sciences: speciality 05.23.01 "Building structures, buildings and structures" / O. V. Andriychuk. Lviv, 2008. 20 p.
- Andriychuk O. V. Steel fiber concrete pressureless pipes: monograph / O. V. Andriychuk, E. M. Babych. Lutsk: RVV Lutsk National Technical University, 2012. 150 p.
- Babych E. M. Influence of repeated loads on the work of steel fiber concrete elements of circular cross-section / E. M. Babych, O. V. Andriychuk // Resource-saving materials, structures, buildings and structures: collection of scientific papers. Rivne: NUVGP, 2010. Issue 20. P. 125–132.
- Babich E. M. Work and calculation of bending steel-fiber concrete elements: monograph / E. M. Babich, S. Ya. Drobishynets. Lutsk: LNTU, 2012. 194 p.
- Krutii Yu.S. Methods for unpacking cylindrical shells. Monograph / Krutii Yu.S., Surianinov M.G., Chuchmai O.M. // Odessa: ODABA, 2018, 182 p.

9. Kan S. N., Kaplan Y. I., Calculation of cylindrical shells of building coatings. Year: 1973. Publisher: Higher School 244 p.

10. Tanaka, Masafumi & Mashita, Kazuhiko. (2010). Retrofitted strength of concrete cylindrical shells reinforced with single layer under concentrated load. Journal of Structural and Construction Engineering (Transactions of AIJ). 75. 1681-1689. 10.3130/aajs.75.1681.

11. Karpov, Vladimir & Semenov, Alexey. (2013). Mathematical model of deformation of orthotropic reinforced shells of revolution. Magazine of Civil Engineering. 40. 100-106. 10.5862/MCE.40.11.

12. Shen Li, Do Kyun Kim, Qing Quan Liang. Fibre-Based modeling for predicting the progressive collapse of cylindrical shells under combined axial compression and bending moment, Engineering Structures, Volume 272, 2022, 114988, ISSN 0141-0296, doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.114988.

13. Rong Li, Meng Yang, Bin Liang. A new and convenient method for strength evaluation of cracked cylindrical shell based on the ratio of crack tip stresses. Structures, Volume 52, 2023, Pages 146-157, ISSN 2352-0124, <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2023.03.130>.

14. DSTU B V. 2.6-106:2010 Concrete and reinforced concrete structures for manholes of sewer, water and gas networks. Kyiv. Ministry of Regional Development of Ukraine. 2011. 24 p.

15. RILEM, 2002, "Test and design methods for steel fiber reinforced concrete. Design of steel fiber reinforced concrete using the σ -w method: principles and applications". Materials and Structures/Matériaux et Constructions, Vol.33, March 2000. 36 p.

16. EN 1992-1-4: Eurocode 2: Design of concrete structures.

17. Dashchenko A.F., Kolomiets L.V., Orobey V.F., Surianinov M.G. Numerical-analytical method of boundary elements. Odessa: VMV, 2010. In 2 volumes. Vol. 1. 416 p. Vol. 2. 512 p.

18. Orobey V.F., Surianinov M.G. Workshop on solving boundary problems of mechanics: Study guide for students of technical specialties. Odessa: Astroprint, 2011. 408 p.

19. Surianinov, M.G. Bending of a circular cylindrical shell with a changeable thickness / M.G. Surianinov, Yu.S. Krutii // Bulletin of Khmelnytsky National University. 2016. No. 2 (235). Pp. 116-121.

Рецензент: д-р техн. наук проф. Ю.А. Огрош, Національний університет цивільного захисту України, Україна

Автор: СУР'ЯНІНОВ Микола Георгійович
доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри
будівельної механіки

Одеська державна академія будівництва та архітектури

E-mail – sng@odaba.edu.ua

ID ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-2592-5221>

Автор: СУР'ЯНІНОВ Вячеслав Миколайович
асистент кафедри залізобетонних конструкцій та
транспортних споруд

Одеська державна академія будівництва та архітектури

E-mail – citykboss@odaba.edu.ua

ID ORCID: <http://orcid.org/0009-0006-9620-4287>

CALCULATION OF A CYLINDRICAL WELL BY THE NUMERICAL-ANALYTICAL BOUNDARY ELEMENT METHOD

M. Surianinov, V. Surianinov

Odesa State Academy of Civil Engineering and Architecture

An algorithm for applying the numerical-analytical boundary element method to the calculation of reinforced concrete and fiber-reinforced concrete cylindrical wells has been developed.

Elements of round or annular cross-section are used in many engineering structures, such as pressure and non-pressure pipes, power line supports, water towers, wells for various purposes, etc. Modern construction requires new effective materials. One of them is steel-fiber concrete, which allows to improve such characteristics of concrete as crack resistance, frost resistance, tensile strength, bending, torsion, etc. The use of fiber allows to change the nature of the destruction process. Unlike conventional concrete, in which this process occurs almost instantly, brittle destruction does not occur in fiber-reinforced concrete, and the structure continues to resist the load, and the nature of the destruction changes from brittle to ductile.

Methods for calculating concrete and fiber-reinforced concrete wells are the subject of many studies. A special place is occupied by cylindrical wells, which from the point of view of structural mechanics are long cylindrical shells. Analysis of the literature shows that the development of new methods for calculating reinforced concrete and steel-fiber-reinforced concrete cylindrical shells is given very little attention, so this direction is quite relevant.

The solution of the problem by the proposed method is reduced to solving one system of linear algebra equations and calculating the stress-strain state at the internal points of the rods by the ratio of the initial parameter method. Such a solution scheme provides very accurate and reliable results that can be presented using MATLAB or another environment.

The implementation of the proposed method allows you to obtain kinematic and static parameters of the stress-strain state of the shell of reinforced concrete or fiber-reinforced concrete cylindrical wells under any loads and boundary conditions.

In the future, the authors plan to solve the problem using the finite element method in some engineering program (for example, in the ANSYS package) in order to assess the accuracy of the developed algorithm.

Keywords: reinforced concrete, fiber concrete, well, cylindrical shell, boundary element method