

А.В. М'ясоєдова¹, О.І. Сошинський², А.О. Хмирова², Р.І. Шевченко²,
О.С. Шевченко²

¹Черкаський інститут пожежної безпеки імені Героїв Чорнобиля Національного університету цивільного захисту України, Україна

²Національний університет цивільного захисту України, Україна

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВИЯВЛЕННЯ МАЛОРОЗМІРНИХ БЕЗПІЛОТНИХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТІВ ЗА ДОПОМОГОЮ ПАСИВНИХ ОПТИЧНИХ СИСТЕМ

Робота присвячена вирішенню актуального наукового завдання у сфері цивільного захисту, а саме розробці нової моделі запобігання надзвичайних ситуацій терористичного характеру на об'єктах критичної інфраструктури України, що охороняються, шляхом своєчасного виявлення та ідентифікації малорозмірних безпілотних літальних апаратів пасивними оптоелектронними засобами. На основі аналізу встановлено, що однією з тенденцій розвитку терористичних сценаріїв на об'єктах критичної інфраструктури, що охороняються, є використання різних малогабаритних пілотованих і безпілотних літальних апаратів для проведення терористичних актів.

Ключові слова: надзвичайна ситуація, малорозмірний безпілотний літальний апарат, порушник, модель, об'єкт, що охороняється.

Постановка проблеми

Україна є ядерною державою. На її території розташовано п'ять атомних електростанцій з п'ятнадцятьма діючими ядерними реакторами. В державі десятки гідроелектростанцій і сотні теплоелектростанцій, десятки хімічних, нафтохімічних і металургійних комбінатів, сотні залізничних і автомобільних мостів та інших гідротехнічних і комунікаційних споруд, які є природоохоронними об'єктами критичної інфраструктури. Зовсім недавно ставилося завдання тільки охорони цих об'єктів. Зараз, в умовах збройної агресії, стоїть завдання охорони і оборони цих об'єктів не тільки проти терористів, але спеціально підготовлених диверсійно-розвідувальних і диверсійних груп, які застосовують різні засоби повітряного нападу.

Існуючі системи фізичного захисту об'єктів, що охороняються критичної інфраструктури використовують радіолокаційні, оптоелектронні, інфрачервоні, контактні електронні і електромагнітні підсистеми контролю периметра і території, що охороняється. Прилеглі до об'єктів санітарні зони контролюються цими засобами, які в свою чергу забезпечують процес управління надзвичайною ситуацією терористичного характеру на об'єкті критичної інфраструктури. Головне завдання цього управління - не допустити зловмисників на об'єкт, що охороняється, своєчасно виявляючи і припиняючи їх дії. Однак,

функціонування цих засобів спостереження залежить від стану приземних шарів атмосфери, наявності природних і штучних перешкод і інших чинників.

Особливу складність в управлінні безпекою об'єктів, що охороняються критичної інфраструктури є запобігання надзвичайним ситуаціям терористичного характеру, а саме процес виявлення та ідентифікації малорозмірних повітряних цілей. Фахівці в області протидії тероризму вважають, що однією з домінуючих тенденцій розвитку терористичних сценаріїв на об'єктах критичної інфраструктури України, які знаходяться під охороною є використання різних малогабаритних пілотованих і безпілотних літальних апаратів для проведення терористичних актів.

Мета. Розробити математичну модель виявлення малорозмірних безпілотних літальних апаратів за допомогою пасивних оптичних систем. Для вирішення поставленої мети необхідно:

Провести процедуру ідентифікації повітряних цілей, що наближаються до об'єкту, який охороняється;

Визначити математичні закономірності ідентифікації цілей за допомогою відео електронних та інфрачервоних систем;

Сформулювати математичну модель виявлення та ідентифікації малорозмірних повітряних цілей за допомогою пасивних оптоелектронних систем.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Слід звузити область розглянутих терористичних надзвичайних ситуацій (НС) [1-8]. Для цього під охоронюваним потенційно-небезпечним об'єктом будемо мати на увазі державні і недержавні установи, які мають систему фізичного захисту. Розглядаючи НС терористичного характеру на потенційно-небезпечному об'єкті, що охороняється, слід відзначити, що для неї, як і для будь-якої надзвичайної ситуації, характерно п'ять етапів. Перший - це етап прихованого накопичення повсякденних негативних факторів. Другий етап - процес екстремального накопичення і розвитку негативних чинників, який переростає в третій етап - саме катастрофічна подія, аварія, вибух або інший терористичний акт. Четвертий і п'ятий етапи - це ліквідація наслідків катастрофічної події і віддалених наслідків НС. Два останні етапи характерні для будь-якої техногенної аварії, так як, наприклад, вибух на АЕС і ліквідація наслідків радіоактивного забруднення, а також віддалених наслідків будуть незалежно від того, відбудеться чи ні розрив першого контуру енергоблоку в результаті теракту або технологічного події. Слід зазначити, що достатня велика кількість терактів маскується під технологічні збої.

Виклад основного матеріалу.

Процедура ідентифікації повітряних цілей, що наближаються до об'єкту, який охороняється

Ідентифікація, від латинського «identifico» - ототожнення, встановлення тотожності невідомого об'єкта відомому образу, на підставі збігу істотних ознак. Можливості лідарів дозволяють здійснювати виявлення і визначати місце розташування об'єктів, що відбиваються у гарну погоду (при стандартній прозорості атмосфери). Здійснюючи сканування виявленої повітряної цілі лідар можна отримати її координати (азимут, кут місця і дистанцію) і фотометричний спектр. Порівнюючи отриманий лідарний фотометричний спектр зі спектрами, які маємо в базі даних, можна визначити малорозмірну повітряну ціль, яка летить в сторону об'єкту, що охороняється. Іншими словами, завдання ідентифікації виявленого повітряного об'єкта технічно зводиться до оптимальної фільтрації прийнятих на приймальний пристрій всіх відображених сигналів, що надходять як від усіх виявлених цілей, так і від образів, які налічує база даних, що в теоретичному плані зводиться до особливостей лінійної і нелінійної фільтрації за різними критеріям.

Нехай коливання $x(t)$, прийняте в деякому інтервалі часу прийомним пристроєм, є функцією від ширококутового сигналу $S[t, \rho(t)]$ і шуму $n(t)$ наступного вигляду:

$$x(t) = f\{S[t, \rho(t)], n(t)\}. \quad (1)$$

Ширококутовий сигнал $S[t, \rho(t)]$ в загальному випадку може залежати не від одного, а від декількох параметрів $\rho_i(t)$.

Припустимо, що сам ширококутовий сигнал або його параметр - випадковий процес. Априорі відомо ряд статистичних характеристик ширококутового сигналу і шуму. Припустимо також, що відомий вид функції $f\{S, n\}$ (як варіант - спосіб комбінування ширококутового сигналу і шуму).

Використовуючи ці дані, необхідно аналітично синтезувати пристрій, який оптимальним чином вирішить, яка реалізація самого ширококутового сигналу $S[t, \rho(t)]$ або його параметр $\rho(t)$ міститься в коливаннях хвиль, що описуються залежністю (4.1), прийнятих прийомним пристроєм лідара

Через наявність шуму $n(t)$ з одного боку, і випадкового характеру ширококутового сигналу $S[t, \rho(t)]$ з іншого, оцінка реалізації ширококутового сигналу $\hat{S}[t, \rho(t)]$ або реалізації його параметру $\hat{\rho}(t)$ не буде збігатися з істинною реалізацією. З цієї причини тут обов'язково виникає помилка фільтрації.

Для кількісної оцінки якості фільтрації можуть використовуватися різні критерії. Найбільш часто, для вирішення прикладних завдань ідентифікації виявлених об'єктів, застосовують критерій мінімуму середнього квадрата помилки і критерій правдоподібності - максимального відношення сигнал-шум. Залежно від прийнятих припущень про характер ширококутового сигналу і шуму, поставлена задача вирішується методами лінійної або нелінійної фільтрації.

Математичні закономірності ідентифікації цілей за допомогою відео електронних та інфрачервоних систем

Якщо сигнал і шум взаємодіють адитивно, то сумарний ефект дії дорівнює сумі ефектів, що входять. Отримуємо, що:

$$x(t) = S[t, \rho(t)] + n(t). \quad (2)$$

В цьому випадку при вирішенні задачі ідентифікації можливо обмежитися лінійними методами фільтрації.

Нехай широкосмуговий сигнал $S[t, \rho(t)] = S(t)$ і шум $n(t)$, що визначають коливання хвиль на вході приймального пристрою, описуються рівняннями (2) і є стаціонарними нормальними випадковими процесами з відомими коваріаційними функціями, тобто:

$$\begin{cases} K_s(\tau) = M \{S(t), S(t+\tau)\} \\ K_n(\tau) = M \{n(t), n(t+\tau)\} \\ K_{sn}(\tau) = M \{S(t), n(t+\tau)\} \end{cases} \quad (3)$$

Необхідно визначити систему, яка з прийнятого безлічі $x(t) = S(t) + n(t)$ з мінімальною середньоквадратичною помилкою E^2 виділяє не тільки параметр $\rho(t)$, але і широкосмуговий корисний сигнал $S(t)$. Іншими словами, шукана оптимальна система повинна мінімізувати величину:

$$E^2 = M \left\{ \left[\hat{S}(t) - S(t+\Delta) \right]^2 \right\}, \quad (4)$$

де Δ - приріст часу, введене для обліку робочого часу системи.

При $\Delta > 0$ оцінка $\hat{S}(t)$ на вході системи повинна представити (прогнозувати) значення вхідного широкосмугового сигналу $S(t)$ на час Δ .

При $\Delta = 0$ поставлена задача зводиться до виділення широкосмугового сигналу $S(t)$ з коливань $x(t)$.

Суворе математичне рішення сформульованої задачі для випадку напівнескінченного інтервалу спостереження $(-\infty, t)$ було дано А.Н. Колмогоровим і Н. Вінером. У рішенні було показано, що оптимальний за критерієм мінімум середнього квадрата помилки пристрій відноситься до класу лінійних фільтрів з постійними параметрами.

На основі результатів, отриманих Колмогоровим і Вінером, припустимо, що на вході системи, яка синтезується, з імпульсною характеристикою $h(t)$, визначається виразом:

$$h(t) = \begin{cases} h(t), \text{ як що } t \geq 0, \\ 0, \text{ як що } t < 0, \end{cases} \quad (5)$$

впливає стаціонарний випадковий процес, який описується співвідношенням:

$$y(t) = \hat{S}(t) = \int_0^\infty h(\tau) x(t-\tau) d\tau. \quad (6)$$

Підставляючи (4.6) в (4.4), отримуємо середній квадрат помилки фільтрації:

$$E^2 = M \left\{ \left[\int_0^\infty h(\tau) x(t-\tau) d\tau - S(t+\Delta) \right]^2 \right\}. \quad (7)$$

Виконавши в (4.7) ряд перетворень, отримаємо:

$$\begin{aligned} E^2 &= K_s(0) - 2 \int_0^\infty h(\tau) K_{sx}(t-\tau) d\tau + \\ &+ \int_0^\infty \int_0^\infty h(\tau_1) h(\tau_2) K_x(\tau_2 - \tau_1) d\tau_2 d\tau_1 \end{aligned} \quad (8)$$

У вираженні (8) для середнього квадрата помилки фільтрації з'являються нові складові. Це взаємна коваріаційна функція процесів $S(t)$ і $x(t)$:

$$K_{sx}(\tau) = M \{S(t), x(t+\tau)\}, \quad (9)$$

і коваріаційна функція випадкового процесу $x(t)$:

$$K_x(\tau) = M \{x(t), x(t+\tau)\}. \quad (10)$$

Щоб визначити імпульсну характеристику $h_0(t)$ оптимального фільтра, що мінімізує середній квадрат помилки і визначається виразом (8) необхідно використовувати один з методів варіаційного числення.

Нехай

$$h(t) = h_0(t) + \mu g(t), \quad (11)$$

де μ - параметр, що не залежить від t ;

$g(t)$ - довільна функція.

У цьому випадку умова мінімуму середнього квадрата помилки запишеться у вигляді:

$$\left. \frac{dE^2}{d\mu} \right|_{\mu=0} = 0. \quad (12)$$

В результаті підстановки (11) в (8) умова (12) набуде вигляду:

$$\int_0^\infty d\tau \left[\int_0^\infty h_0(v) dv - K_{sx}(\tau + \Delta) \right] = 0. \quad (13)$$

Співвідношення (13) має виконуватися при довільній функції $g(t)$, тоді імпульсна характеристика $h_0(t)$ оптимального фільтра повинна задовольняти інтегрального рівняння Фредгольма першого роду, тобто:

$$\int_0^{\infty} h_0(v)K_x(\tau-v)dv = K_{sx}(\tau+\Delta), \text{ при } \tau \geq 0. \quad (14)$$

Вираз (14) прийнято називати рівнянням Вінера-Хопфа. Воно є одним з основних рівнянь теорії лінійної фільтрації.

В результаті отримано, що завдання знаходження оптимального фільтра, що згладжує (при $\Delta=0$) або оптимального прогнозує фільтра (при $\Delta>0$), який може реалізуватися технічно, зводиться до вирішення рівняння (14). Це досить трудомістке завдання, яка головним чином обумовлена вимогами до технічної реалізації оптимального фільтра в пристрої виявлення та ідентифікації об'єктів.

Розглянемо окремий випадок. На вхід фільтра надходить випадкова послідовність $x(t)$, яка має дрібно-раціональну спектральну щільність $S(\omega)$. Таке може бути, як правило, в результаті високочастотного детектування сигналу, що надходить на вхід приймального пристрою. Використовуючи (14), отримуємо $K_0(j\omega)$ - комплексну частотну характеристику оптимального фільтра, що мінімізує середній квадрат помилки:

$$K_0(j\omega) = \frac{1}{2\pi \cdot f(j\omega)} \int_0^{\infty} e^{-i\omega r} dr \int_0^{\infty} \frac{S_{sx}(\Omega)}{f^*(j\Omega)} e^{j\Omega(\tau+\Delta)} d\Omega \quad (15)$$

де

$$\left. \begin{aligned} f(j\omega) \cdot f^*(j\omega) &= |f(j\omega)|^2 = S_x(\omega), \\ S_x(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} K_x(r) e^{-j\omega r} dr, \\ S_{sx} &= \int_{-\infty}^{\infty} K_{sx}(\tau) e^{-j\omega \tau} d\tau. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Тоді мінімальне значення середнього квадрата помилки фільтрації буде визначатися виразом:

$$E_{min}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [S_s(\omega) - |K_0(j\omega)|^2 \cdot S_x(\omega)] d\omega, \quad (17)$$

де

$$S_s(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K_s(\tau) e^{-j\omega \tau} d\tau. \quad (18)$$

Для окремого випадку згладжування адитивно безлічі взаємно незалежних стаціонарних випадкових процесів $S(t)$ і $n(t)$, останній з яких називають білим шумом (математичне очікування

$mn=0$ і кореляційна функція $R_n(\tau) = \frac{N_0}{2} \delta(\tau)$), вираз (15) спрощується і приводиться до вигляду:

$$K_0(j\omega) = 1 - \frac{N_0}{2S_s(\omega) + N_0}. \quad (19)$$

Під N_0 прийнято розуміти загальне число систем або число відновлень однієї і тієї ж системи. Фізичний сенс N_0 полягає в кількості типів (образів) прийнятих імпульсних відображень від цілі при її ідентифікації.

Значить, для розглянутого окремого випадку середній квадрат помилки буде обчислюватися за такою формулою:

$$E_{min}^2 = \frac{N_0}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \ln \frac{1}{\pi} \left(1 + \frac{2S_s(\omega)}{N_0} \right) d\omega. \quad (20)$$

Практична реалізація обчислень за формулою (20) виявляється досить громіздкою, тому для їх спрощення не будемо накладати на оптимальний фільтр вимог технічної можливості бути реалізованим. Тоді нижня межа у виразі (14) буде рівна $-\infty$, і він набуде вигляду:

$$\int_{-\infty}^{\infty} h_0(v)K_x(\tau-v)dv = K_{sx}(\tau+\Delta). \quad (21)$$

Рішення (21) дозволяє отримати такий вираз комплексної часткової характеристики оптимального фільтра:

$$K_0(j\omega) = \frac{S_{sx}(\omega)}{S_x(\omega)} e^{j\omega\Delta}. \quad (22)$$

Для окремого випадку статистично незалежного широкополосного сигналу $S(t)$ і білого шуму $n(t)$ (22) приводиться до вигляду:

$$K_0(j\omega) = \frac{S_{sx}(\omega)}{S_x(\omega) + S_n(\omega)} e^{j\omega\Delta}. \quad (23)$$

Допускаючи рівність виразів (19) і (23), що описують одну й ту ж комплексну частотну характеристику оптимального фільтра, отримуємо:

$$1 - \frac{N_0}{2S_s(\omega) + N_0} = \frac{S_s(\omega)}{S_s(\omega) + S_n(\omega)} e^{j\omega\Delta}.$$

Після перетворення останній вираз набуде вигляду:

$$\frac{2}{2S_s(\omega) + N_0} = \frac{e^{j\omega\Delta}}{S_s(\omega) + S_n(\omega)}, \quad (24)$$

звідки випливає, що:

$$S_s(\omega) = \frac{S_n e^{-j\omega\Delta} - 0,5N_0}{1 - e^{-j\omega\Delta}}. \quad (25)$$

У виразі (25) в загальному випадку доданок і співмножник $e^{-j\omega\Delta}$ є спадною функцією, тому можна стверджувати, що спектральна щільність сигналу буде визначатися N_0 , тобто:

$$S_s(\omega) = f(N_0) \quad (26)$$

Отже, спектральна щільність отриманого сигналу при оптимальній лінійній фільтрації за критерієм мінімуму середнього квадрата помилки визначається кількістю типів (образів) прийнятих імпульсних відображень від цілі при її ідентифікації.

Припустимо, що на вхід лінійного фільтра з комплексної частотної характеристикою $K(j\omega)$ надходить комплексне безліч $x(t)$, що складається з корисного широкосмугового сигналу $S(t)$, який являє собою випадковий процес зі спектральною щільністю $S_n(\omega)$, і перешкоди $n(t)$.

Корисний широкосмуговий сигнал $S(t)$ статистично незалежний від перешкоди $n(t)$, форма якого заздалегідь відома, має амплітудний спектр $S(j\omega)$.

Тоді на виході фільтра випадковий процес $y(t)$ буде визначатися результатом перетворення сигналу $S_{\text{лф}}(t)$ і перетворення перешкоди $n_{\text{лф}}(t)$ лінійним фільтром, тобто:

$$y(t) = S_{\text{лф}}(t) + n_{\text{лф}}(t). \quad (27)$$

Складова отриманого сигналу на виході фільтра буде дорівнює:

$$S_{\text{лф}}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_s(j\omega) K(j\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (28)$$

Дисперсія перешкоди на виході фільтра:

$$\sigma_{\text{лф}}^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_n(j\omega) |K(j\omega)|^2 d\omega. \quad (29)$$

Розглянемо величину a , що представляє собою відношення миттєвого значення корисного широкосмугового сигналу на вході фільтра в деякий момент часу t , рівний T , до середньоквадратичного значенням вихідного шуму, тобто:

$$a = \frac{|S_{\text{лф}}(T)|}{\sigma_{\text{лф}}}. \quad (30)$$

З урахуванням (28) і (29) вираз (30) набуде вигляду:

$$a = \frac{\left| \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_s(j\omega) K(j\omega) e^{j\omega T} d\omega \right|}{\sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_n(j\omega) |K(j\omega)|^2 d\omega}}. \quad (31)$$

Лінійний фільтр, який максимізує відношення a , є оптимальним фільтром за критерієм правдоподібності - максимального відношення сигнал-шум. Його комплексні частотні імпульсні характеристики визначаються за формулами:

$$K_0(j\omega) = \frac{S^S(j\omega)}{S_n(\omega)} e^{-j\omega T} \quad (32)$$

$$h_0(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} K_0(j\omega) e^{j\omega t} d\omega, \quad (33)$$

де $S^S(j\omega)$ - комплексно-сполучена з амплітудним спектром функція вхідного сигналу $S(t)$; $S_n(\omega)$ - спектральна щільність перешкоди.

Якщо перешкода $n(t)$, що входить в випадковий процес $x(t)$, представляє собою стаціонарний нормальний Гауссовський процес (білий шум), то вирази (32) і (33) приводяться до виду:

$$K_0(j\omega) = k S^S(j\omega) e^{-j\omega T}, \quad (34)$$

$$h_0(t) = k S(T - t), \quad (35)$$

де k - деяка постійна величина, технічний сенс якої може бути визначений як коефіцієнт посилення приймального пристрою, що приймає відбиті від об'єктів оптичні сигнали.

З технічних позицій коефіцієнт посилення приймального пристрою - постійна величина на певній ділянці смуги пропускання. В межах всієї смуги пропускання приймального пристрою коефіцієнт посилення змінюється в досить широких межах. Це враховується амплітудно-частотними характеристиками приймального пристрою. Тому спектральна щільність корисного сигналу на виході лінійного фільтра буде визначатися ступенем сполучення коефіцієнта посилення амплітудному спектру вхідного сигналу, тобто:

$$S_s(\omega) = K^s \cdot S(j\omega), \quad (36)$$

де K^s - функція, що показує ступінь сполучення (відповідності) коефіцієнта посилення в смузі приймального пристрою амплітудному спектру вхідного сигналу.

Іншими словами, спектральна щільність корисного сигналу при оптимальній лінійній фільтрації за критерієм правдоподібності - максимального відношення сигнал-шум визначається ступенем сполучення (відповідності) амплітудно-частотної характеристики приймального пристрою амплітудному спектру вхідного корисного широкосмугового сигналу.

Відзначимо, що кількістю типів (образів) прийнятих імпульсних відображень від повітряних цілей, що зберігаються в базі даних і знань лідара, використовуваних при ідентифікації, визначається виразом

$$N_0 = f(N_1, N_2, \dots, N_m). \quad (37)$$

Математична модель виявлення та ідентифікації малорозмірних повітряних цілей за допомогою пасивних оптоелектронних систем.

В основі всіх систем вилучення інформації про координати і інших параметрах радіолокаційних об'єктів лежать основні властивості електромагнітних (світлових або лазерних) хвиль.

Електромагнітна, як і будь-яка інша хвиля, випромінюється точковим джерелом, поширюється по сферичному закону. Для опису поширення акустичних, світлових, електромагнітних і будь-яких інших хвиль у фізиці використовують променеву теорію. Під променем в ній розуміють лінію, нормальну (перпендикулярну) до хвильової поверхні, а під напрямком поширення хвилі - напрямком променів.

Якщо середовище, в якій поширюються промені, однорідне і анізотропне, то промені будуть прямими, тобто прямолінійність поширення у вільному просторі - це перша властивість електромагнітних хвиль. Крім цього, електромагнітні хвилі поширюються з однієї і тієї ж швидкістю, що дорівнює 300 000 км / с.

У реальному просторі внаслідок неоднорідності і анізотропності середовища рефракція електромагнітних променів викликає незначні зміни їх напрямку в вертикальній площині.

Розглядаючи сферичний фронт розповсюджується електромагнітної хвилі, можна побудувати необмежену кількість променів. Коли локальна ділянка фронту сферичної хвилі вироджується, і її конфігурація наближається до

плоскої хвилі, промені стають паралельними прямими.

Опромінюючи ціль (що летить об'єкт), електромагнітний промінь частково поглинається.

Нехай $f(x)$ характеризує ступінь поглинання електромагнітних променів в деякій точці x небезпечної повітряної цілі, а величина описує те, що відбувається при цьому зміна інтенсивності електромагнітного випромінювання, тоді відносне зменшення інтенсивності електромагнітного випромінювання на нескінченно малому відрізку в точці x складе:

$$\frac{\Delta I}{I} = f(x) \Delta x. \quad (38)$$

Процес опромінення повітряного об'єкту плоскою електромагнітною хвилею можна уявити як проникнення його безліччю променів.

Нехай на об'єкт падає L променів. Позначимо через I_0 початкову інтенсивність одиночного променя, а I_1 - його інтенсивність від відбитого тіла. З урахуванням виразу (38) отримаємо:

$$\frac{I_1}{I_0} = \exp \left\{ - \int_L f(x) \Delta x \right\}. \quad (39)$$

В результаті опромінення потоком паралельних електромагнітних променів отримуємо опис відбитого сигналу лінійним інтегралом функції f , яка описує поглинання електромагнітних хвиль кожною точкою x поверхні повітряного об'єкта. За сукупністю цих інтегралів можна відновити відповідні кожному променю функції f і отримати відновлений образ повітряного об'єкта.

Відомо, що відображення функції, заданої в n -вимірному просторі R^n , в безлічі її лінійних інтегралів є перетворенням Радону R яке для випадку двовимірного простору (площини R^2) набуває вигляду R^2 .

Розглянемо осяжний простір, який може описуватися за допомогою гіперплоскостей - підпросторів, що мають розмірність на одиницю менше, ніж осяжний простір.

Перетворення R (n -мірне) відображає функцію, певну в R^n , в безлічі її інтегралів по гіперплоскостях в R^n . Інакше кажучи, якщо вектор θ належить одиничній сфері в R^n ($\theta \in S^{n-1}$) і s - відстань від початку координат ($s \in R^1$), то

$$Rf(\theta, s) = \int_{x \cdot \theta = s} f(x) dx = \int_{\theta^\perp} f(s\theta + y) dy \quad (40)$$

Вираз (4.40) являє собою інтеграл функції f , що належить простору Шварца, по гіперплощині, яка перпендикулярна вектору θ і розташовується на відстані s (з урахуванням знака) від початку координат.

Простір Шварца - це простір швидко спадних функцій, тобто сама функція, і все її похідні із зростанням аргументу прагнуть до нуля швидше, ніж аргумент прагне до нескінченності. Тому, використовуючи головну властивість електромагнітних хвиль - прямолінійність їх поширення, можна відновлювати образ опроміненого об'єкту аналітично шляхом розв'язання зворотної задачі.

На площині завдання відновлення зводиться до зворотного перетворення Радону за допомогою формули звернення до вигляду:

$$h * g(\theta, s) = \int_{\mathbf{R}^1} h(\theta, s - t) g(\theta, s) dt. \quad (41)$$

Вираз (41) прийнято називати сверткою. Тут h - перетворення Фур'є, яке визначається виразом:

$$h(\theta, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\mathbf{R}^1} e^{-is\sigma} h(\theta, s) ds. \quad (42)$$

На практиці значення інтегралів можна обчислити для кінцевого числа прямих променів L , розташованих паралельно на однаковій відстані один від одного. Це відстань в загальному вигляді визначається розмірами повітряного об'єкта і довжиною хвилі електромагнітного випромінювання. Розміри повинні бути набагато більше (в десятки разів) довжини хвилі випромінювання, тоді відстань між променями повинна бути порівнянна з довжиною хвилі випромінювання. Це співвідношення враховує спектр електромагнітного випромінювання $W(E)$, тоді вираз (39) набуде вигляду

$$\frac{I_1}{I_0} = \int_{\mathbf{R}^1} W(E) \exp \left\{ - \int_L f(xE) dx \right\} dE. \quad (43)$$

У цьому випадку завдання відновлення образу опроміненого об'єкта полягає у визначенні функції поглинання електромагнітного випромінювання повітряного об'єкта по певному числу лінійних інтегралів, які залежать від розмірів об'єкта і довжини хвиль випромінювання.

Ідентифікація повітряних цілей, як було розглянуто вище, описується рівняннями (26) і (36). Перше визначається загальним числом прийнятих імпульсних відображень від цілі N_0 ,

інше - відношенням сполучення амплітудно-частотної характеристики приймального пристрою амплітудному спектру отриманого вхідного сигналу K^S .

З точки зору технічної реалізації число N_0 буде тим більше, чим більше кількість оборотів антени РЛС, яке залежить від швидкості сканування простору - технічної характеристики лідара, тобто від $N_{обор}$ - числа сканувань в хвилину. Для достовірної ідентифікації необхідно не менше трьох реєстрацій (трьох пачок відображених імпульсів), тобто трьох сканувань лідара повітряного простору. У ряді випадків інструкціями визначається і 4, і 5 реєстрацій для достовірної класифікації небезпечної мети.

Відповідність сполучення амплітудно-частотної характеристики приймального пристрою спектру вхідного корисного сигналу враховує технічний параметр приймача лідара δ - коефіцієнт розпізнавання. Інакше кажучи, час ідентифікації небезпечної цілі залежить від швидкості сканування простору лідаром і коефіцієнту розпізнавання, тобто:

$$t_{ПР} = f(N_{обор}, \delta). \quad (44)$$

Необхідно відзначити, що присутня в вираженні (44) величина δ - коефіцієнт розпізнавання, характеризує обробку відбитого від цілі електромагнітного сигналу в приймальному пристрої лідара. Як було зазначено раніше, коефіцієнт розпізнавання, безрозмірна величина, лежить в основі оптимального виявлення і показує, у скільки разів має бути перевищення рівня або інтенсивності прийнятого корисного сигналу над рівнем перешкод, що діють на вхід приймального пристрою.

З точки зору статистичної лазерної локації (радіолокації) коефіцієнт розпізнавання визначається співвідношенням інтенсивності корисного сигналу і інтенсивності перешкоди на вході приймального пристрою при заданих ймовірності правильного виявлення цілі і помилкової тривоги. Це значення коефіцієнта розпізнавання дозволяє зробити тільки виявлення цілі. Для вирішення завдання ідентифікації небезпечної цілі необхідно ставити інше співвідношення інтенсивності корисного сигналу і інтенсивності перешкоди на вході приймального пристрою, який повинен визначатися властивостями радіолокаційної цілі.

З урахуванням вищевикладеного та формули (43) можна зробити висновок, що якщо в приймальнику лідара реалізується оптимальний прийом, то значення коефіцієнта розпізнавання має обчислюватися за формулою:

$$\frac{1}{\delta} = \int_{R^1} W(E) \exp \left\{ - \int_L f(xE) dx \right\} dE. \quad (45)$$

Відзначимо, що T - час знаходження цілі в зоні виявлення лідара має бути більше, ніж t_{PP} - час визначення пошукової системи (час ідентифікації повітряної цілі). Іншими словами справедливо нерівність (46)

$$T \geq t_{PP} \quad (46)$$

Отримуємо, що завдання ідентифікації повітряного об'єкту технічно зводиться до оптимальної фільтрації прийнятих на приймальний пристрій всіх відображених сигналів, що надходять як від виявлених антропогенних об'єктів, так і від образів, які є в базі даних. Вона вирішується методами оптимальної лінійної фільтрації за критерієм мінімуму середнього квадрата помилки, і лінійної фільтрації за критерієм правдоподібності - максимального відношення сигнал-шум.

За першому випадку отримуємо, що спектральна щільність отриманого сигналу при оптимальній лінійній фільтрації за критерієм мінімуму середнього квадрата помилки визначається кількістю типів (образів) прийнятих імпульсних відображень від мети. Процес її ідентифікації і описується виразом (26)

$$S_s(\omega) = f(N_0)$$

де $S_s(\omega)$ - спектральна щільність широкопосмугового сигналу;

N_0 - кількість типів (образів) повітряних цілей, які є в базі даних лідара.

У другому випадку спектральна щільність корисного сигналу при оптимальній лінійній фільтрації за критерієм правдоподібності - максимального відношення сигнал-шум визначається ступенем сполучення (відповідності) амплітудно-частотної характеристики приймального пристрою амплітудному спектру вхідного корисного широкопосмугового сигналу і описується виразом (36)

$$S_s(\omega) = K^S \cdot S(j\omega),$$

де K^S - функція, що показує ступінь сполучення (відповідності) коефіцієнта посилення в смузі приймального пристрою амплітудному спектру вхідного сигналу.

При цьому повинна виконуватися умова (46), тобто T - час знаходження цілі в зоні виявлення лідара має бути більше, ніж t_{PP} - час роботи

пошукової системи (час ідентифікації повітряної цілі)

$$T \geq t_{PP}$$

Час ідентифікації небезпечної мети (час роботи пошукової системи), відповідно до вираження (44) залежить від швидкості сканування простору лідара ($N_{обор}$ - числа сканувань в хвилину) і коефіцієнта розпізнавання - δ , тобто:

$$t_{PP} = f(N_{обор}, \delta).$$

У свою чергу значення коефіцієнта розпізнавання обчислюватися по формулі (45)

$$\frac{1}{\delta} = \int_{R^1} W(E) \exp \left\{ - \int_L f(xE) dx \right\} dE$$

де $W(E)$ - співвідношення, яке враховує спектр електромагнітного випромінювання L - число прямих променів, розташованих паралельно на однаковій відстані одна від одної (визначається розмірами повітряного об'єкта і довжиною хвилі електромагнітного випромінювання).

Об'єднуючи в одну систему вираження (26), (36), (46), (44) і (45) отримаємо шукану математичну модель виявлення та ідентифікації малорозмірних повітряних цілей за допомогою пасивних оптоелектронних систем, тобто

$$\left. \begin{aligned} S_s(\omega) &= f(N_0) \\ S_s(\omega) &= K^S \cdot S(j\omega) \\ T &\geq t_{PP} \\ t_{PP} &= f(N_{обор}, \delta) \\ \frac{1}{\delta} &= \int_{R^1} W(E) \exp \left\{ - \int_L f(xE) dx \right\} dE \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

Таким чином, математична модель виявлення та ідентифікації малорозмірних повітряних цілей за допомогою пасивних оптоелектронних систем являє собою систему з п'яти аналітичних залежностей. Перша і друга залежно описують процес ідентифікації виявлених відбитих сигналів за критерієм мінімуму середнього квадрата помилки і за критерієм максимального відношення сигнал-шум, при виконанні третин залежності, що вимагає, щоб час перебування повітряної цілі в зоні виявлення лідара був більший часу спрацювання радіоелектронної системи виявлення. Четверта залежність показує залежність часу спрацювання лідара від швидкості сканування їм простору і коефіцієнта розпізнавання його

приймального пристрою. П'ята дозволяє обчислити значення коефіцієнта розпізнавання.

Висновки

1. Процедури ідентифікації повітряних цілей, що наближаються до об'єкту, який охороняється зводяться до вибору способів лінійної або нелінійної фільтрації за різними критеріями прийнятих на приймальний пристрій лідара відображених лазерних сигналів, при цьому ідентифікована малорозмірна повітряна ціль повинна бути в зоні спостереження - стійкого прийому відбитих сигналів.

3. Математичні закономірності ідентифікації цілей за допомогою відео електронних та інфрачервоних систем технічно зводиться до оптимальної фільтрації прийнятих прийомним оптичним пристроєм всіх відображених ширококутових сигналів, що надходять як від виявлених повітряних цілей, так і від образів цих цілей, які є у базі даних. Умови оптимальної фільтрації характеризуються спектральної щільністю корисного ширококутового сигналу на вході приймального пристрою. Вона визначається кількістю типів (образів) прийнятих (що знаходяться в базі даних лідара) імпульсних відображень від цілі при її ідентифікації за критерієм мінімуму середнього квадрата помилки і ступенем сполучення амплітудно-частотної характеристики приймального пристрою амплітудному спектру вхідного корисного ширококутового сигналу за критерієм правдоподібності - максимального відносини сигнал-шум.

4. Математична модель виявлення та ідентифікації малорозмірних повітряних цілей за допомогою пасивних оптоелектронних систем являє собою систему з п'яти аналітичних залежностей. Перша і друга залежно описують процес ідентифікації виявлених відбитих сигналів за критерієм мінімуму середнього квадрата помилки і за критерієм максимального відношення сигнал-шум, при виконанні третин залежності, що вимагає, щоб час перебування повітряної цілі в зоні виявлення лідара був більший часу спрацювання радіоелектронної системи виявлення. Четверта залежність показує залежність часу спрацювання лідара від швидкості сканування їм простору і коефіцієнта розпізнавання його приймального пристрою. П'ята дозволяє обчислити значення коефіцієнта розпізнавання.

Література

1. World nuclear industry status report, 2015. Режим доступу: http://www.worldnuclearreport.org/the_world_nuclear_industry_status_report_2015/html

2. Ponomarenko S., Samberg A., Chumachenko S., Popel, V. (2017). A Model of Recreation Management of Abandoned Territories after Armed Conflicts. *Proceedings of 24th TIEMS Annual Conference and General Assembly*, Kyiv, Ukraine, 4-7 December 2017.

3. Samberg, A., Mikhno, O. (2015) R&D trends in the areas of critical infrastructure and civil protection. *The International Scientific Conference on Modelling of Risks and Threats of Critical Infrastructures. The State Emergency Service of Ukraine, The Ukrainian Civil Protection Research Institute*, 20-21 April 2015, Kiev, UKRAINE.

4. Robert A. Fowler, Andre Samberg, Martin J. Flood, and Tom J. Greaves. (2007) *Topographic and Terrestrial Lidar*. American Society for Photogrammetry and Remote Sensing. 252 p.

5. World nuclear industry status report, 2014. Режим доступу: <http://www.worldnuclearreport.org/IMG/pdf>

6. Roadmap for Fukushima Daiichi restoration. World nuclear news. 18 april 2011.

7. No significant damage to fuel at unit 4. World nuclear news. 30 april 2011.

8. Filters for Fukushima Daiichi. World nuclear news. 6 may 2011.

9. World nuclear industry status report, 2015. Режим доступу:

http://www.worldnuclearreport.org/the_world_nuclear_industry_status_report_2015/html

References

1. World nuclear industry status report, 2015. Retrieved from:

http://www.worldnuclearreport.org/the_world_nuclear_industry_status_report_2015/html

2. Ponomarenko S., Samberg A., Chumachenko S., Popel, V. (2017). A Model of Recreation Management of Abandoned Territories after Armed Conflicts. *Proceedings of 24th TIEMS Annual Conference and General Assembly*, Kyiv, Ukraine, 4-7 December 2017.

3. Samberg, A., Mikhno, O. (2015) R&D trends in the areas of critical infrastructure and civil protection. *The International Scientific Conference on Modelling of Risks and Threats of Critical Infrastructures. The State Emergency Service of Ukraine, The Ukrainian Civil Protection Research Institute*, 20-21 April 2015, Kiev, UKRAINE.

4. Robert A. Fowler, Andre Samberg, Martin J. Flood, and Tom J. Greaves. (2007) *Topographic and Terrestrial Lidar*. American Society for Photogrammetry and Remote Sensing. 252 p.

5. World nuclear industry status report, 2014. Retrieved from: <http://www.worldnuclearreport.org/IMG/pdf>

6. Roadmap for Fukushima Daiichi restoration. World nuclear news. 18 april 2011.

7. No significant damage to fuel at unit 4. World nuclear news. 30 april 2011.

8. Filters for Fukushima Daiichi. World nuclear news. 6 may 2011.

9. World nuclear industry status report, 2015. Retrieved from:

http://www.worldnuclearreport.org/the_world_nuclear_industry_status_report_2015/html

Рецензент: доктор технічних наук, професор О.Є. Басманов, Національний університет цивільного захисту України, Україна

Автор: М'ЯСОЄДОВА Альона Володимирівна
викладач-методист навчально-методичного відділу
Черкаський інститут пожежної безпеки імені
Героїв Чорнобиля Національного університету
цивільного захисту України
E-mail - alenaa991@ukr.net
ID ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6499-9058>

Автор: СОШИНСЬКИЙ Олександр Ігоревич
кандидат наук з мистецтвознавства
Науковий відділ з проблем цивільного захисту і
техногенно-екологічної безпеки науково-дослідного
центру
Національний університет цивільного захисту
України
E-mail - soshinsky@ukr.net
ID ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-7921-1294>

Автор: ХМИРОВА Анастасія Олегівна
кандидат наук з державного управління
Національний університет цивільного захисту
України
E-mail - khmyrova.anast@gmail.com
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-0680-7505>

Автор: ШЕВЧЕНКО Роман Іванович
доктор технічних наук, професор, начальник
кафедри автоматичних систем безпеки та
інформаційних технологій факультету пожежної
безпеки
Національний університет цивільного захисту
України
E-mail - shevchenko605@i.ua
ID ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9634-6943>

Автор: ШЕВЧЕНКО Ольга Станіславівна
кандидат технічних наук
провідний фахівець відділ адміністративної
роботи,
Національний університет цивільного захисту
України,
E-mail - shevchenkoolga2008@gmail.com
ID ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-2106-5009>

MATHEMATICAL MODEL OF DETECTION OF SMALL UNMANNED AERIAL VEHICLES USING PASSIVE OPTICAL SYSTEMS

A. Miasoiedova¹, O. Soshinskiy², A. Khmyrova², R. Shevchenko², O. Shevchenko²

¹Cherkasy Institute of Fire Safety named after the Heroes of Chernobyl of the National University of Civil Defense of Ukraine, Ukraine

²National University of Civil Defense of Ukraine, Ukraine

The work is devoted to the solution of an actual scientific task in the field of civil protection, namely, the development of a new model for the prevention of emergency situations of a terrorist nature at the objects of the critical infrastructure of Ukraine, which are protected, by means of timely detection and identification of small unmanned aerial vehicles by active optoelectronic means.

Based on the analysis, it was established that one of the trends in the development of terrorist scenarios at protected critical infrastructure facilities is the use of various small manned and unmanned aerial vehicles to carry out terrorist acts.

This work is a continuation of the cycle of previous works on the development of a structural and logical model for managing an emergency situation of a terrorist nature at an object of critical infrastructure of Ukraine, which is protected, caused by the appearance of small-sized aerial targets, intended for the development and constant implementation of procedures of an organizational and technical nature to ensure the safety of the object to the guarded object, when small air targets appear. A mathematical model for the detection of signals reflected from small aerial targets using active optical systems using the phenomena of light absorption and scattering in optically transparent media has been developed, which represents a system of four analytical dependencies.

Further research will be directed to conducting field experiments, performed using a specially designed laboratory setup, and theoretical calculations of the value of expected target detection activities as part of numerous experiments that should prove the reliability of the results obtained in the work.

Identified directions of further research regarding the presented mathematical model of detecting signals reflected from small unmanned aerial vehicles using active optical systems that use the phenomena of absorption and scattering of light in optically transparent media will be directed to conducting full-scale experiments performed using a specially developed laboratory installation and theoretical calculations of the value of expected target detection activities as part of numerous experiments, with the aim of proving the reliability of the results obtained in the work.

Keywords: emergency situation, small unmanned aerial vehicle, violator, model, protected object.